

# Retrouver les éléments inter-voxel dans une pyramide généralisée pour la segmentation multi-échelle d'images 3D

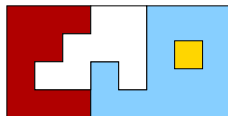
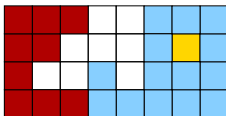
Carine Grasset-Simon et Guillaume Damiand

Laboratoire SIC  
Faculté des Sciences - Université de Poitiers

Journées "Informatique et Géométrie"  
1 juin 2006

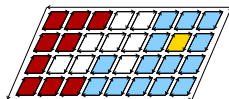
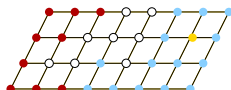
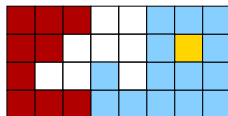
# Segmentation d'images

- Approche bottom-up
  - ⇒ Retrouver des informations concernant les régions
  - ⇒ Retrouver les régions adjacentes à une région donnée



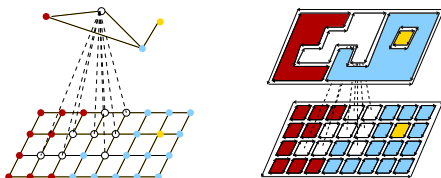
# Segmentation d'images

- Approche bottom-up
  - ⇒ Retrouver des informations concernant les régions
  - ⇒ Retrouver les régions adjacentes à une région donnée
- Structures :
  - Graphes [Montanvert-al 91, Jolion-al 92, Kropatsch-al 95]
  - Cartes combinatoires [Braquelaire-al 98, Damiand-al 03]



# Segmentation multi-échelle d'images

- Structures hiérarchiques
  - Pyramides irrégulières [Montanvert-al 91, Jolion-al 92, Kropatsch-al 95]
  - Pyramides combinatoires [Brun and Kropatsch 2001, 2003]



- Notre approche : pyramide de  $n$ -G-cartes
  - Définition homogène en toute dimension  
⇒ Opérations génériques
  - Représente toutes les cellules et les relations topologiques
  - Représente tous les niveaux et leur lien

- Représenter différentes segmentations d'une image  
Utilisation d'une pyramide de G-cartes  
⇒ Définition d'opérations de construction
- Retrouver les informations contenues dans la pyramide  
⇒ Algorithmes pour retrouver les éléments inter-voxel ou inter-région composant une région

## 1 Introduction

## 2 Pyramides de G-cartes et cellules généralisées

- Pyramides généralisées
- Cellules généralisées

## 3 Pyramide pour la segmentation multi-échelle d'images 3D

- Construction de la pyramide
- Le premier niveau

## 4 Comment retrouver les régions et éléments inter-région

- Retrouver les cellules
- Retrouver les éléments inter-voxel

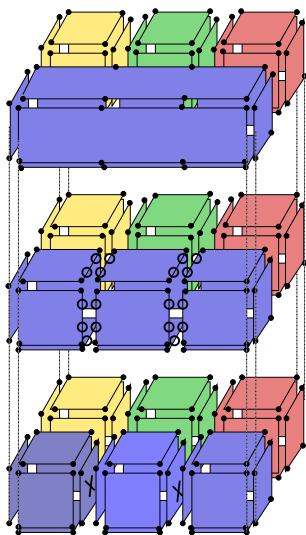
## 5 Conclusion et perspectives

# Pyramides généralisées

## Concept

Structure hiérarchique :

- Une G-carte à chaque niveau
- Chaque niveau est une réduction du niveau précédent
- Opération de contraction ou suppression de cellules



# Pyramides généralisées

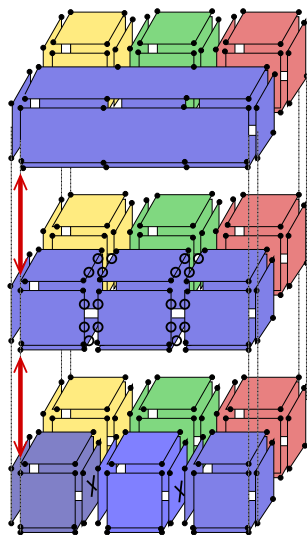
## Concept

Structure hiérarchique :

- Une G-carte à chaque niveau
- Chaque niveau est une réduction du niveau précédent
- Opération de contraction ou suppression de cellules

## Propriété

Liens bijectifs entre les niveaux



# Cellules généralisées

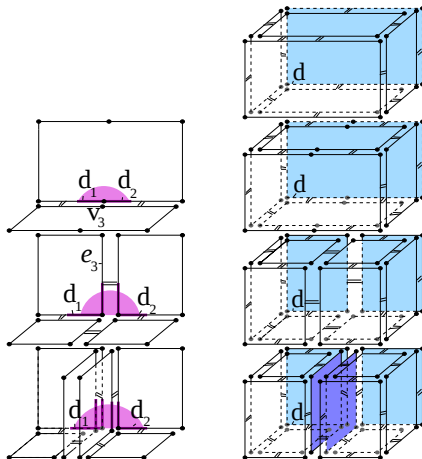
## Concept

Correspondance entre une cellule et des cellules d'un niveau inférieur

## Définition

$i$ -cellule généralisée :

- $i$ -cellules fusionnées par suppression de  $(i - 1)$ -cellules
- $i$ -cellules supprimées incidentes aux  $(i - 1)$ -cellules supprimées



## 1 Introduction

## 2 Pyramides de G-cartes et cellules généralisées

- Pyramides généralisées
- Cellules généralisées

## 3 Pyramide pour la segmentation multi-échelle d'images 3D

- Construction de la pyramide
- Le premier niveau

## 4 Comment retrouver les régions et éléments inter-région

- Retrouver les cellules
- Retrouver les éléments inter-voxel

## 5 Conclusion et perspectives

# Pyramide pour la segmentation multi-échelle d'images 3D

## Concept

- Pyramide de 3-G-cartes
- Niveau 0 : voxels de l'image
- Chaque niveau est une segmentation plus grossière que le niveau précédent  
⇒ fusion des régions

## Besoin

Efficacité

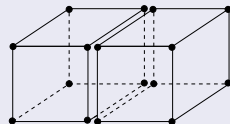
- ⇒ Représentation compacte des informations
- ⇒ Simplification des niveaux [Kropatsch 95, Brun et Kropatsch 2002]

# Construction de la pyramide

## Méthode

Ajout d'un niveau de segmentation :

- Fusion des régions adjacentes et similaires  
⇒ Suppression de faces
- Simplification du bord des régions
  - Fusion de faces incidentes à 2 mêmes régions  
⇒ Suppression d'arêtes
  - Fusion d'arêtes incidentes aux mêmes faces  
⇒ Suppression de sommets

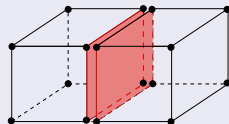


# Construction de la pyramide

## Méthode

Ajout d'un niveau de segmentation :

- Fusion des régions adjacentes et similaires  
⇒ Suppression de faces
- Simplification du bord des régions
  - Fusion de faces incidentes à 2 mêmes régions  
⇒ Suppression d'arêtes
  - Fusion d'arêtes incidentes aux mêmes faces  
⇒ Suppression de sommets

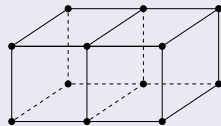


# Construction de la pyramide

## Méthode

Ajout d'un niveau de segmentation :

- Fusion des régions adjacentes et similaires  
⇒ Suppression de faces
- Simplification du bord des régions
  - Fusion de faces incidentes à 2 mêmes régions  
⇒ Suppression d'arêtes
  - Fusion d'arêtes incidentes aux mêmes faces  
⇒ Suppression de sommets

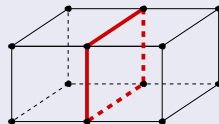


# Construction de la pyramide

## Méthode

Ajout d'un niveau de segmentation :

- Fusion des régions adjacentes et similaires  
⇒ Suppression de faces
- Simplification du bord des régions
  - Fusion de faces incidentes à 2 mêmes régions  
⇒ Suppression d'arêtes
  - Fusion d'arêtes incidentes aux mêmes faces  
⇒ Suppression de sommets

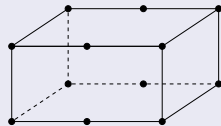


# Construction de la pyramide

## Méthode

Ajout d'un niveau de segmentation :

- Fusion des régions adjacentes et similaires  
⇒ Suppression de faces
- Simplification du bord des régions
  - Fusion de faces incidentes à 2 mêmes régions  
⇒ Suppression d'arêtes
  - Fusion d'arêtes incidentes aux mêmes faces  
⇒ Suppression de sommets

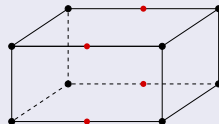


# Construction de la pyramide

## Méthode

Ajout d'un niveau de segmentation :

- Fusion des régions adjacentes et similaires  
⇒ Suppression de faces
- Simplification du bord des régions
  - Fusion de faces incidentes à 2 mêmes régions  
⇒ Suppression d'arêtes
  - Fusion d'arêtes incidentes aux mêmes faces  
⇒ Suppression de sommets

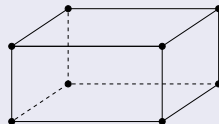


# Construction de la pyramide

## Méthode

Ajout d'un niveau de segmentation :

- Fusion des régions adjacentes et similaires  
⇒ Suppression de faces
- Simplification du bord des régions
  - Fusion de faces incidentes à 2 mêmes régions  
⇒ Suppression d'arêtes
  - Fusion d'arêtes incidentes aux mêmes faces  
⇒ Suppression de sommets

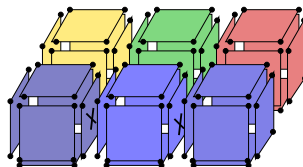


# Ajout d'un niveau

Ajout d'un niveau :  
**même principe** pour chaque niveau

## Principe : noyau de suppression

- Marquage des cellules à supprimer  
⇒ **diffère** selon le niveau
- Construction du nouveau niveau
  - Copie des brins survivants
  - Liaison de ces brins

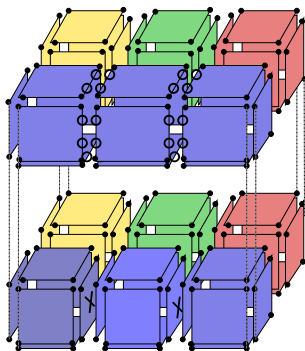


# Ajout d'un niveau

Ajout d'un niveau :  
**même principe** pour chaque niveau

## Principe : noyau de suppression

- Marquage des cellules à supprimer  
⇒ **diffère** selon le niveau
- Construction du nouveau niveau
  - Copie des brins survivants
  - Liaison de ces brins

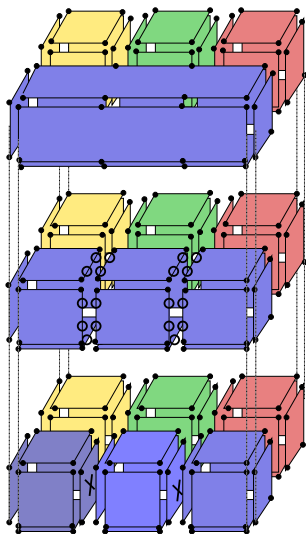


# Ajout d'un niveau

Ajout d'un niveau :  
**même principe** pour chaque niveau

## Principe : noyau de suppression

- Marquage des cellules à supprimer  
⇒ **diffère** selon le niveau
- Construction du nouveau niveau
  - Copie des brins survivants
  - Liaison de ces brins



# Marquage des faces à supprimer

## Critère

Erreur quadratique  $EQ$  : somme des distances carrées de chaque niveau de gris au niveau de gris moyen  $\nu$  de la région  $R$ .

$$EQ(R) = M_2(R) - M_0(R) \left( \frac{M_1(R)}{M_0(R)} \right)^2$$

$M_0, M_1, M_2$  : moments calculables **incrémentalement**

$$\forall i \in \{0, 1, 2\}, M_i(R_1 \cup R_2) = M_i(R_1) + M_i(R_2).$$

Chaque région de chaque niveau contient les moments  
 $\Rightarrow$  Calcul **direct** du critère d'homogénéité

# Marquage des faces à supprimer

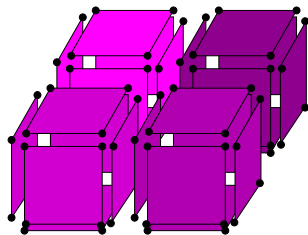
## But

Fusionner les régions similaires adjacentes

## Méthode

2 étapes de marquage :

- 1 Faces séparant des régions similaires
- 2 Faces internes



## Problème

Déconnection de volume

## Solution

Arbre d'inclusion des régions

# Marquage des faces à supprimer

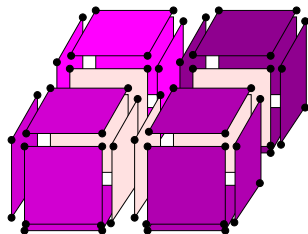
## But

Fusionner les régions similaires adjacentes

## Méthode

2 étapes de marquage :

- 1 Faces séparant des régions similaires
- 2 Faces internes



## Problème

Déconnexion de volume

## Solution

Arbre d'inclusion des régions

# Marquage des faces à supprimer

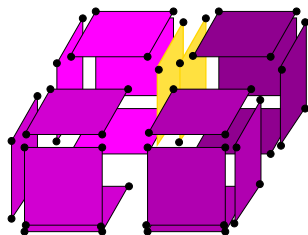
## But

Fusionner les régions similaires adjacentes

## Méthode

2 étapes de marquage :

- 1 Faces séparant des régions similaires
- 2 Faces internes



## Problème

Déconnexion de volume

## Solution

Arbre d'inclusion des régions

# Marquage des faces à supprimer

## But

Fusionner les régions similaires adjacentes

## Méthode

2 étapes de marquage :

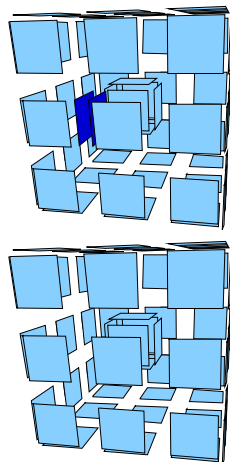
- 1 Faces séparant des régions similaires
- 2 Faces internes

## Problème

Déconnection de volume

## Solution

Arbre d'inclusion des régions



# Marquage des faces à supprimer

## But

Fusionner les régions similaires adjacentes

## Méthode

2 étapes de marquage :

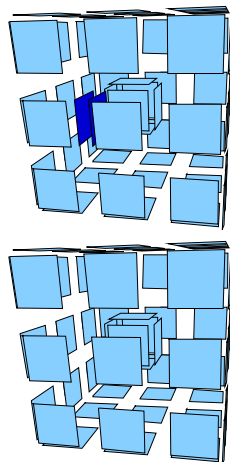
- 1 Faces séparant des régions similaires
- 2 Faces internes

## Problème

Déconnection de volume

## Solution

Arbre d'inclusion des régions



# Marquage des arêtes à supprimer

## But

Fusionner les faces entre 2 mêmes régions

## Méthode

Marquer les arêtes de degré local 2

## Problèmes

- Déconnection de face
- Disparition d'objet

## Solution

- Arête fictive
- Contrôle du marquage

# Marquage des arêtes à supprimer

## But

Fusionner les faces entre 2 mêmes régions

## Méthode

Marquer les arêtes de degré local 2

## Problèmes

- Déconnection de face
- Disparition d'objet

## Solution

- Arête fictive
- Contrôle du marquage

# Marquage des arêtes à supprimer

## But

Fusionner les faces entre 2 mêmes régions

## Méthode

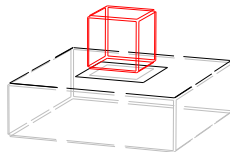
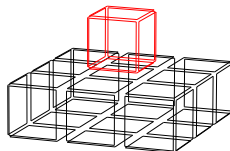
Marquer les arêtes de degré local 2

## Problèmes

- Déconnection de face
- Disparition d'objet

## Solution

- Arête fictive
- Contrôle du marquage



# Marquage des arêtes à supprimer

## But

Fusionner les faces entre 2 mêmes régions

## Méthode

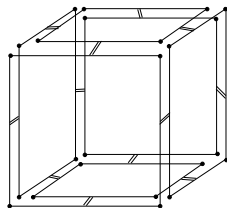
Marquer les arêtes de degré local 2

## Problèmes

- Déconnection de face
- Disparition d'objet

## Solution

- Arête fictive
- Contrôle du marquage



# Marquage des arêtes à supprimer

## But

Fusionner les faces entre 2 mêmes régions

## Méthode

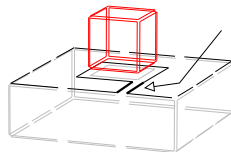
Marquer les arêtes de degré local 2

## Problèmes

- Déconnection de face
- Disparition d'objet

## Solution

- Arête fictive
- Contrôle du marquage



# Marquage des sommets à supprimer

## But

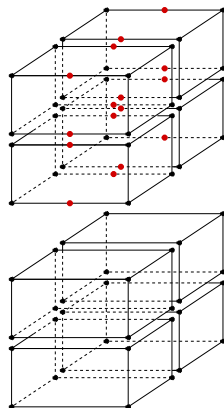
Fusionner les arêtes incidentes aux mêmes faces

## Méthode

Marquage des sommets de degré 2

## Remarque

Pas de déconnection possible



# Le premier niveau

## Problème

Image initiale représentée par une G-carte  
⇒ TROP de place mémoire

## Solutions

- Simuler la G-carte initiale par une matrice
- Représenter une première segmentation

## Notre choix

Une première segmentation

# Le premier niveau

## Problème

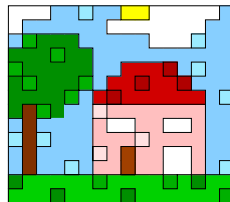
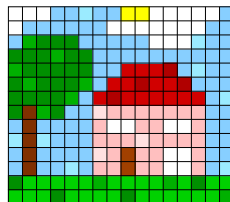
Image initiale représentée par une G-carte  
⇒ Trop de place mémoire

## Solutions

- Simuler la G-carte initiale par une matrice
- Représenter une première segmentation

## Notre choix

Une première segmentation



# Le premier niveau

## Problème

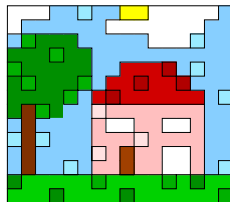
Image initiale représentée par une G-carte  
⇒ Trop de place mémoire

## Solutions

- Simuler la G-carte initiale par une matrice
- Représenter une première segmentation

## Notre choix

Une première segmentation



## 1 Introduction

## 2 Pyramides de G-cartes et cellules généralisées

- Pyramides généralisées
- Cellules généralisées

## 3 Pyramide pour la segmentation multi-échelle d'images 3D

- Construction de la pyramide
- Le premier niveau

## 4 Comment retrouver les régions et éléments inter-région

- Retrouver les cellules
- Retrouver les éléments inter-voxel

## 5 Conclusion et perspectives

# Retrouver les volumes

## But

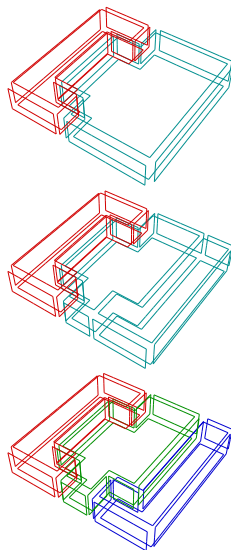
Retrouver les volumes du niveau  $i$   
fusionnés en un volume du niveau  $j$  ( $i < j$ )

## Sans déconnection

Volumes généralisés

## Avec déconnection

Union de volumes généralisés  
⇒ Utilisation de l'arbre d'inclusion



# Retrouver les volumes

## But

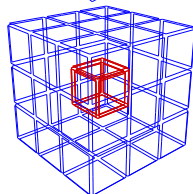
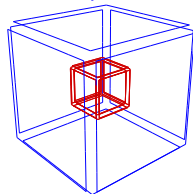
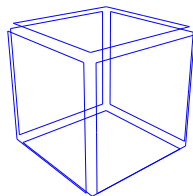
Retrouver les volumes du niveau  $i$   
fusionnés en un volume du niveau  $j$  ( $i < j$ )

## Sans déconnection

Volumes généralisés

## Avec déconnection

Union de volumes généralisés  
⇒ Utilisation de l'arbre d'inclusion



# Retrouver les faces

## But

Retrouver les faces du niveau  $i$  fusionnées en une face du niveau  $j$  ( $i < j$ )

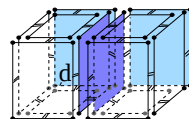
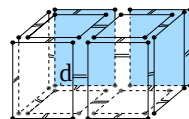
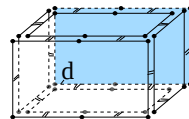
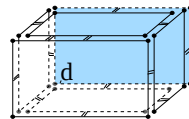
## Problème

Face généralisée  $\Rightarrow$  trop de faces

## Solution : calcul récursif

Principe entre 2 niveaux consécutifs :

- Si suppression de sommets ou d'arêtes :  
 $\Rightarrow$  Face généralisée
- Si suppression de faces :  
 $\Rightarrow$  Lien bijectif



# Retrouver les faces

## But

Retrouver les faces du niveau  $i$  fusionnées en une face du niveau  $j$  ( $i < j$ )

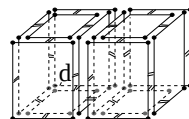
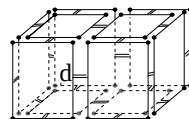
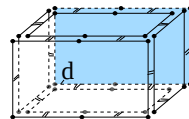
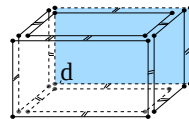
## Problème

Face généralisée  $\Rightarrow$  trop de faces

## Solution : calcul récursif

Principe entre 2 niveaux consécutifs :

- Si suppression de sommets ou d'arêtes :  
 $\Rightarrow$  Face généralisée
- Si suppression de faces :  
 $\Rightarrow$  Lien bijectif



# Retrouver les faces

## But

Retrouver les faces du niveau  $i$  fusionnées en une face du niveau  $j$  ( $i < j$ )

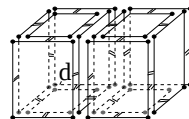
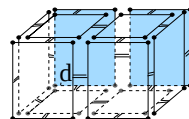
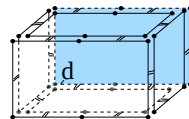
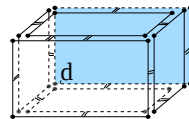
## Problème

Face généralisée  $\Rightarrow$  trop de faces

## Solution : calcul récursif

Principe entre 2 niveaux consécutifs :

- Si suppression de sommets ou d'arêtes :  
 $\Rightarrow$  Face généralisée
- Si suppression de faces :  
 $\Rightarrow$  Lien bijectif



# Retrouver les faces

## But

Retrouver les faces du niveau  $i$  fusionnées en une face du niveau  $j$  ( $i < j$ )

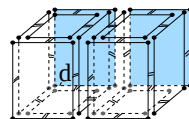
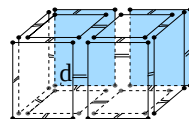
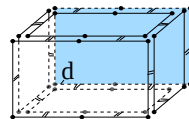
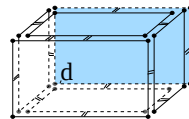
## Problème

Face généralisée  $\Rightarrow$  trop de faces

## Solution : calcul récursif

Principe entre 2 niveaux consécutifs :

- Si suppression de sommets ou d'arêtes :  
 $\Rightarrow$  Face généralisée
- Si suppression de faces :  
 $\Rightarrow$  Lien bijectif



# Retrouver les arêtes

## But

Retrouver les arêtes du niveau  $i$  fusionnées en une arête du niveau  $j$  ( $i < j$ )

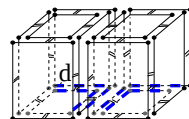
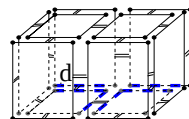
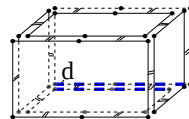
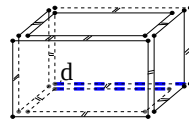
## Problème

Arête généralisée  $\Rightarrow$  trop d'arêtes

## Solution : calcul récursif

Principe : entre 2 niveaux consécutifs

- Si suppression de sommets ou de faces :  
 $\Rightarrow$  Arête généralisée
- Si suppression d'arêtes :  
 $\Rightarrow$  Lien bijectif



# Retrouver les arêtes

## But

Retrouver les arêtes du niveau  $i$  fusionnées en une arête du niveau  $j$  ( $i < j$ )

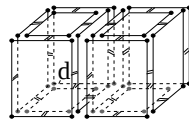
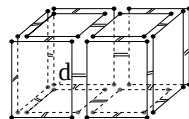
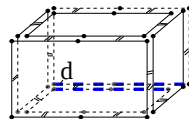
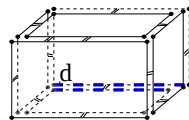
## Problème

Arête généralisée  $\Rightarrow$  trop d'arêtes

## Solution : calcul récursif

Principe : entre 2 niveaux consécutifs

- Si suppression de sommets ou de faces :  
 $\Rightarrow$  Arête généralisée
- Si suppression d'arêtes :  
 $\Rightarrow$  Lien bijectif



# Retrouver les arêtes

## But

Retrouver les arêtes du niveau  $i$  fusionnées en une arête du niveau  $j$  ( $i < j$ )

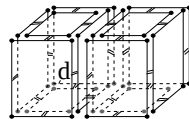
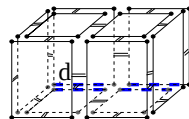
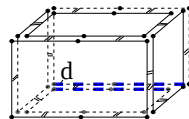
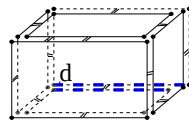
## Problème

Arête généralisée  $\Rightarrow$  trop d'arêtes

## Solution : calcul récursif

Principe : entre 2 niveaux consécutifs

- Si suppression de sommets ou de faces :  
 $\Rightarrow$  Arête généralisée
- Si suppression d'arêtes :  
 $\Rightarrow$  Lien bijectif



# Retrouver les arêtes

## But

Retrouver les arêtes du niveau  $i$  fusionnées en une arête du niveau  $j$  ( $i < j$ )

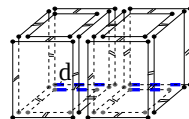
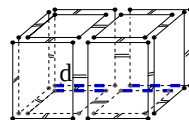
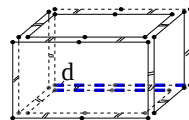
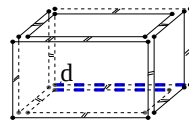
## Problème

Arête généralisée  $\Rightarrow$  trop d'arêtes

## Solution : calcul récursif

Principe : entre 2 niveaux consécutifs

- Si suppression de sommets ou de faces :  
 $\Rightarrow$  Arête généralisée
- Si suppression d'arêtes :  
 $\Rightarrow$  Lien bijectif



# Retrouver les sommets

## But

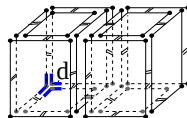
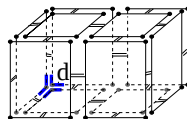
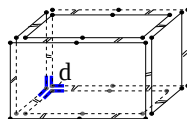
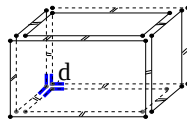
Retrouver les sommets du niveau  $i$  qui ont fusionné en un sommet du niveau  $j$  donné ( $i < j$ )

## Méthode

Utilisation directe des liens bijectifs

## Remarque

Aucun problème car les sommets ne sont pas fusionnés



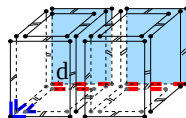
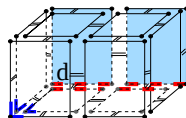
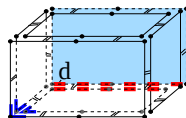
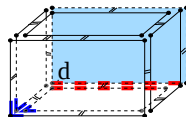
# Retrouver les éléments inter-voxel

## But

Retrouver les éléments inter-voxel  
composant une cellule d'un niveau  $j$

## Méthode

- Pointels, lignels, surfels  
Représentés au niveau 0  
⇒ Utilisation des algorithmes  
précédents entre les niveaux 0 et  $j$
- Voxels  
Non représentés au niveau 0
  - Retrouver les régions qui ont fusionné
  - Reconstruire les voxels par un algo  
de remplissage



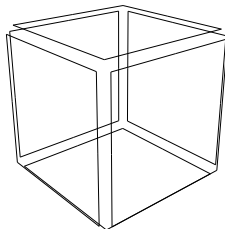
# Retrouver les éléments inter-voxel

## But

Retrouver les éléments inter-voxel  
composant une cellule d'un niveau  $j$

## Méthode

- Pointels, lignels, surfels  
Représentés au niveau 0  
⇒ Utilisation des algorithmes  
précédents entre les niveaux 0 et  $j$
- Voxels  
Non représentés au niveau 0
  - Retrouver les régions qui ont fusionné
  - Reconstruire les voxels par un algo  
de remplissage



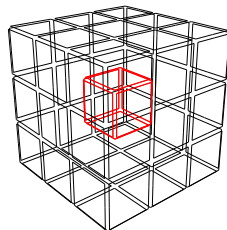
# Retrouver les éléments inter-voxel

## But

Retrouver les éléments inter-voxel  
composant une cellule d'un niveau  $j$

## Méthode

- Pointels, lignels, surfels  
Représentés au niveau 0  
⇒ Utilisation des algorithmes  
précédents entre les niveaux 0 et  $j$
- Voxels  
Non représentés au niveau 0
  - Retrouver les régions qui ont fusionné
  - Reconstruire les voxels par un algo  
de remplissage



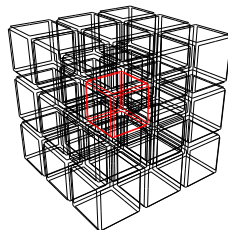
# Retrouver les éléments inter-voxel

## But

Retrouver les éléments inter-voxel  
composant une cellule d'un niveau  $j$

## Méthode

- Pointels, lignels, surfels  
Représentés au niveau 0  
⇒ Utilisation des algorithmes  
précédents entre les niveaux 0 et  $j$
- Voxels  
Non représentés au niveau 0
  - Retrouver les régions qui ont fusionné
  - Reconstruire les voxels par un algo  
de remplissage



## 1 Introduction

## 2 Pyramides de G-cartes et cellules généralisées

- Pyramides généralisées
- Cellules généralisées

## 3 Pyramide pour la segmentation multi-échelle d'images 3D

- Construction de la pyramide
- Le premier niveau

## 4 Comment retrouver les régions et éléments inter-région

- Retrouver les cellules
- Retrouver les éléments inter-voxel

## 5 Conclusion et perspectives

## Conclusion

- Pyramide pour la segmentation multi-échelle d'images 3D
  - Définition
  - Opérations de construction
  - Algorithmes de contrôle
- Retrouver les informations
  - Entre 2 niveaux quelconques : régions et éléments inter-région
  - Entre 1 niveau et la base : voxels et éléments inter-voxel

## Perspectives

- Optimiser la pyramide : un niveau par nouvelle segmentation
  - ⇒ Nouvelle opération de construction
  - ⇒ Nouveaux algorithmes pour retrouver les informations
- Représenter l'image initiale
- Opérations de manipulation des pyramides  
Exemple : modification locale ⇒ propagation
- Segmentation d'images 3D en intégrant des critères topologiques

# Retrouver les éléments inter-voxel dans une pyramide généralisée pour la segmentation multi-échelle d'images 3D

Carine Grasset-Simon et Guillaume Damiand

Laboratoire SIC  
Faculté des Sciences - Université de Poitiers

Journées "Informatique et Géométrie"  
1 juin 2006

- ▶ A.Montanvert, P.Meer, and A.Rosenfeld.  
*Hierarchical Image Analysis Using Irregular Tessellations.*  
*PAMI*,13(4) : 307-316, 1991.
- ▶ J.M.Jolion. and A.Montanvert.  
*The adaptive pyramid : a framework for 2d image analysis.*  
*Computer Vision, Graphics and Image Processing*, 55(3) : 339-348, 1992.
- ▶ W.G.Kropatsch and H.Macho.  
*Finding the structure of connected components using dual irregular pyramids.*  
*DGCI*, 147-158, 1995.
- ▶ J.P.Braquelaire and L.Brun.  
*Image Segmentation with Topological Maps and Inter-Pixel Representation.*  
*JVCIR*, 9(1) : 62-79, 1998.

- ▶ G.Damiand and P.Lienhardt.  
*Removal and Contraction for N-Dimensional Generalized Maps.*  
*DGCI*, 408-419, 2003.
- ▶ L.Brun and W.G.Kropatsch.  
*Introduction to Combinatorial Pyramids.*  
*Digital and Image Geometry*, 108-127, 2001.
- ▶ L.Brun and W.G.Kropatsch.  
*Combinatorial pyramids.*  
*ICIP*, 33-36, 2003.